

АНАЛИТИЧНО И ЧИСЛЕНО ОРАЗМЕРЯВАНЕ НА СТОМАНЕНИ РЕБРЕСТО-
ПРЪСТЕНОВИДНИ КУПОЛИ

Любомир А. Здравков¹

Университет по Архитектура, Строителство и Геодезия

ANALYTICAL AND FEA DESIGN OF STEEL DOMES WITH RADIAL GIRDERS AND
CIRCULAR ELEMENTS

Lyubomir A. Zdravkov

University of Architecture, Civil Engineering and Geodesy

Abstract: *Domes on circular base are widespread – silos, tanks, bulk storage, sport facilities, exhibition halls. They are light, nice and could cover big spans without internal columns. Steel domes successfully cover spans with diameter $D \leq 40,0$ m, but aluminum domes could cover spans with diameter $D \leq 120,0$ m*

Bigger part of domes on circular base have radial girders, circular elements - rings and cover plates. Usually they are steel made.

The domes are spatial statically undetermined systems, so it is difficult to obtain the design stresses and forces without finite element analysis (FEA) model. Accurate design of the elements of the roof structure can be achieved only by using adequate program product and taking into account the rigidity of the elements and flexibility of the joints.

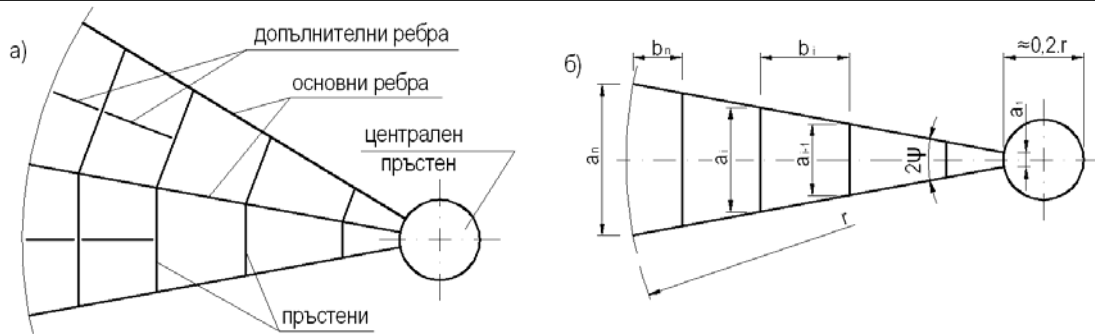
Key words: *self-supporting dome roof, radial girders, rings, roof cover plates, effective length, bending, axial forces, FEA analysis*

1. Въведение

Куполите на кръгла основа имат широко поле на приложение – силози, резервоари, складове за насипни материали, спортни съоръжения, изложбени зали. Те са леки, красиви и могат да премостват големи отвори, осигурявайки свободно пространство без междинни колони. Куполи от стомана успешно се прилагат при отвори с диаметър $D \leq 40,0$ m, а при куполи от алуминиеви сплави тяхната област на приложение се увеличава до отвори с диаметър $D \leq 120,0$ m.

Голяма част от куполите построени на кръгла основа са ребресто-пръстеновидни и са изработени от стомана. Традиционно тяхната конструкция се състои от радиални елементи (ребра), пръстеновидно разположени елементи (пръстени) и покривна обшивка (Фиг. 1).

¹ Любомир Ангелов Здравков, гл. ас. д-р инж., УАСГ, София 1046, бул. „Христо Смирненски” №1, корпус «Б», ет. 7, каб. 733, e-mail: zdravkov_fce@uacg.bg



Фиг. 1 Ребрен скелет на покрива

а) основни елементи

б) изчислителна схема

2. Товари и товарни комбинации

Изчисляването на покривните куполи в условия на експлоатация се извършва за две комбинации от натоварване. При първата от тях, сумарното натоварване q_1 действа отгоре надолу. При втората комбинация, натоварването върху покрива q_2 действа отдолу нагоре:

$$(2.1) \quad q_1 = \gamma_{fg} \cdot g_n + \gamma_{ft} \cdot g_m + \psi_c \cdot (\gamma_{fv} \cdot p_v^n + \gamma_{fs} \cdot s_n) \downarrow,$$

$$(2.2) \quad q_2 = \psi_c \cdot (\gamma_{fa} \cdot p_o^n + \gamma_{fw} \cdot w_n) - \gamma'_{fg} \cdot (g_n + g_m) \uparrow,$$

където:

g_n е характеристичната стойност за натоварване от собствено тегло;

g_m – характеристичната стойност на теглото на топлоизолацията по покрива;

p_v^n - характеристичната стойност на подналягането (вакуума) под купола;

s_n – характеристичната стойност на натоварването от сняг в района на изграждане;

p_o^n - характеристичната стойност на свръхналягането под купола;

$\gamma_{fg}, \gamma'_{fg}, \gamma_{ft}, \gamma_{fv}, \gamma_{fs}, \gamma_{fa}, \gamma_{fw}$ – коефициенти за натоварване;

ψ_c - коефициент за съчетание на 2-е или 3-и кратковременни натоварвания [2];

w_n – характеристичната стойност на натоварването от вятър по купола.

3. Усилия в елементите на куполите

Ребресто-пръстеновидните куполи са многократно статически неопределими пространствени системи, чиито усилия трудно могат да бъдат определени чрез ръчно решение. Точното изчисляване на елементите на носещата конструкция на купола се извършва чрез използване на подходящ софтуер, с отчитане коравината на елементите и податливостта на връзките.

3.1. Усилия в елементите на куполите при ръчно решение

Предварително определяне на сеченията на елементите на сферичен ребресто-пръстеновиден купол може да се извърши на базата на ставно-прътова система, по [1].

Най-голямото осово усилие S_i (натиск при q_1 и опън при q_2) в ребрата на купола се получава при пълно изчислително натоварване по цялата негова повърхност. Усилието в реброто непосредствено над i -тия възел, се изчислява по формулата:

$$(3.1) \quad S_i = \frac{A_i \cdot q}{n \cdot \sin \alpha_i},$$

където:

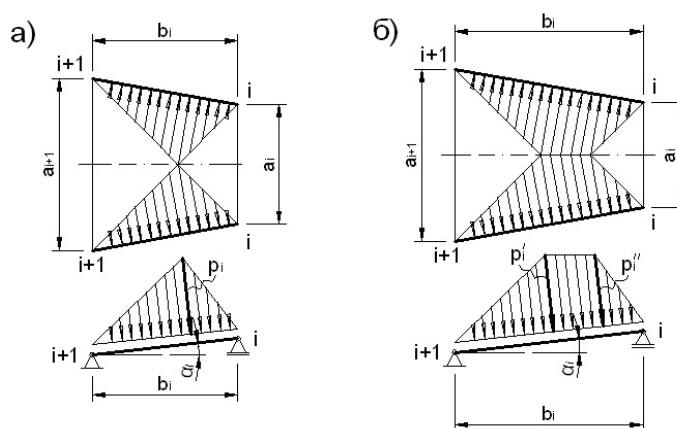
A_i е лицето на кръга, ограничен от i -тия пръстен;

q – товар от комбинация q_1 или q_2 ;

n – броят на основните радиални ребра в купола;

α_i – ъгълът между допирателната към реброто в i -тия възел и хоризонталната равнина.

Освен осово усилие, в ребрата се получава и огъващ момент от разпределените товари в полетата, ограничени от носещата конструкция (Фиг. 2).



Фиг. 2 Схема за натоварване на ребрата
 а) с триъгълников товар б) с трапецовиден товар

Когато $\bar{a}_i \geq b_i$, върху реброто, разглеждано като проста греда с отвор b_i , действа разпределен по триъгълников закон товар (Фиг. 2 – а). Максималният огъващ момент M_{\max} би могъл да бъде определен както при проста греда, чрез израза:

$$(3.2) \quad M_{\max} = \frac{1}{12} p_i \cdot b_i^2$$

Когато $\bar{a}_i < b_i$, разпределеният товар е с трапецовидно очертание (Фиг. 2 – б) и стойността на максималния огъващ момент M_{\max} е:

$$(3.3) \quad M_{\max} = \frac{1}{24} p_i \cdot (3 \cdot b_i^2 - \bar{a}_i^2).$$

Стойността на p_i във формули (3.2) и (3.3) се получава от сумиране на натоварването от две съседни полета, съгласно показаните на Фиг. 2 схеми.

Във вертикалната равнина основните ребра на покрива се оразмеряват на нецентричен натиск (при товар q_1) и/ или нецентричен опън (при товар q_2).

При заварена към конструкцията ламарина, устойчивостта на ребрата извън вертикалната равнина е осигурено.

При незаварена към конструкцията ламарина и наклон на покрива $i > 1:16$, ребрата трябва да бъдат проверени за обща загуба на устойчивост между укрепващите точки.

Максималното натисково усилие T_i в i -тия пръстен, по описаната в [1] методика, се получава при натоварване от сняг извън кръга на разглеждания пръстен (Фиг. 3). Определянето му се извършва по формулата:

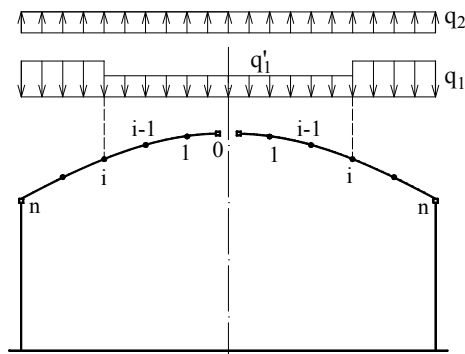
$$(3.4) \quad T_i = \frac{1}{2.n.\sin\psi} \cdot (\cotg(\alpha_i) \cdot q'_1 \cdot A_i - \cotg(\alpha_{i+1}) \cdot (q_1 \cdot (A_{i+1} - A_i) + q'_1 \cdot A_i)),$$

където:

$$(3.5) \quad q'_1 = \gamma_{fg} \cdot g_n + \gamma_{ft} \cdot g_m + \gamma_{fv} \cdot p_v^n \downarrow$$

$$(3.6) \quad 2.\psi = \frac{2.\pi}{n}, [\text{rad}]$$

в която n са бройките основни радиални ребра (Фиг. 1).



Фиг. 3 Определяне на усилията в междинните пръстени

Максималното опънно усилие T'_i в i -тия пръстен на покрива се получава при натоварване от свръхналягане и “смучене” от вятър по цялата площ на покрива (Фиг. 3). Определянето му става по формулата:

$$(3.7) \quad T'_i = \frac{q_2}{2.n.\sin\psi} \cdot (\cotg(\alpha_{i+1}) \cdot A_{i+1} - \cotg(\alpha_i) \cdot A_i)$$

От натоварването по покрива в елементите на пръстените се появяват огъващи моменти. За определянето им, пръстените се разглеждат като прости греди с подпорно разстояние равно на разстоянието между две съседни основни ребра. Максималният огъващ момент се изчислява по формули, аналогични на (3.2) и (3.3).

Елементите на пръстените се оразмеряват на нецентричен натиск или нецентричен опън, в зависимост от натоварването по тях (q_1 или q_2). Изключвателната им дължина се приема равна на геометричната.

3.2 Усилия в елементите на куполите при числено решение

При численото решение на ребресто – пръстеновидните куполи, чрез подходяща програма се създава пространствен изчислителен модел. В него, с реалните им геометрични характеристики и материали, като прътови елементи са въведени радиалните ребра и пръстеновидните елементи. С не голяма грешка, радиалните ребра описват кривата на купола чрез полигон, между чиито възли елементите са прави. Пръстеновидните елементи са завъртяни спрямо надлъжната си ос, така че техният горен пояс да тангира към повърхнината на купола. Препоръчително е обшивката да не се въвежда като конструктивен елемент от купола.

Предаването на натоварването върху конструкцията се симулира чрез товарни площи, съгласно Фиг. 2. Товарите от свръхналягане, вакуум и смучене от вятър са перпендикулярни на главните инерционни оси на прътовите елементи, а натоварването от собствено тегло, топлоизолация и сняг е по посока на земното притегляне.

За да се отчете деформативността на опорите на купола в хоризонтална посока, допълнително, освен самите покривни куполи са моделирани горен опорен пръстен и част от цилиндричен стоманен корпус.

4. Аналитично и числено изследване на ребресто-пръстеновидни куполи

Разгледани са няколко стоманени ребресто-пръстеновидни куполи с кръгла основа. Те имат различни “стрелки” на надвишение и диаметри D на основата. Тъй като се намират в различни точки от земното кълбо, товарите, които им въздействат, също не са еднакви. Стоманената обшивка не е заварена за конструкцията, т.е. тук ще бъде разгледана само товарна комбинация q_1 . Разгледаните в настоящото изследване куполи са реално проектирани. Част от тях вече са построени, а останалите са в процес на монтаж.

Разглежданите куполи първоначално са решени аналитично, чрез описаната в т. 3.1 методика. От получените усилия S_i , T_i и M_{max} , по методиката на EC1993 са определени стоманените горещовалцуваните профили, които биха могли да ги понесат. След това софтуерно се създава съответният пространствен изчислителен модел, в който са използвани аналитично определените вече стоманени профили.

5. Сравнение на получените резултати

В таблиците по-долу са посочени част от разгледаните в настоящото изследване куполи, с техните диаметри при основата D . Сравнени са получените при аналитичното и численото решения осови усилия и огъващи моменти.

Таблица 1 - Резервоар T017, Martinique, France

Обем $V = 810 \text{ m}^3$ Диаметър $D = 12 \text{ m}$ Височина $H = 7,2 \text{ m}$

Радиални ребра - UPN100

Поле	Ръчно решение		решение с SAP2000		Разлика, %	
	N, kN	M, kN.m	N, kN	M, kN.m	ΔN	ΔM
1	-14,503	0,4026	-20,231	0,967	39,50	140,19
2	-29,007	1,0576	-28,02	1,157	3,52	9,40
3	-38,172	0,435	-39,753	2,683	4,14	516,78
4	-44,925	0,1845	-35,131	2,474	27,88	1240,92

Пръстени - UPN50-65

Пръстен	Ръчно решение		решение с SAP2000		Разлика, %	
	N, kN	M, kN.m	N, kN	M, kN.m	ΔN	ΔM
1	-44,52	0,115	-19,44	0,109	129,01	5,50
2	-29,57	0,717	-31,41	0,342	6,22	109,65
3	-21,4	1,23	15,23	0,745	40,51	65,10

Таблица 2 - Резервоар T105, Сливен, България

Обем $V = 5000 \text{ m}^3$ Диаметър $D = 22,8 \text{ m}$ Височина $H = 11,95 \text{ m}$

Радиални ребра – IPN 140

Поле	Ръчно решение		решение с SAP2000		Разлика, %	
	N, kN	M, kN.m	N, kN	M, kN.m	ΔN	ΔM
1	-25,859	0,510	-38,86	2,685	50,28	426,47
2	-46,587	1,107	-42,698	2,260	9,11	104,16
3	-61,898	2,414	-59,96	2,780	3,23	15,16
4	-70,683	1,482	-79,419	4,170	12,36	181,38
5	-85,059	0,705	-90,721	6,401	6,66	807,69
6	-94,475	0,274	-85,415	6,086	10,61	2119,55

X МЕЖДУНАРОДНА НАУЧНА КОНФЕРЕНЦИЯ ВСУ' 2010
10th INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE VSU' 2010

Пръстени – UPN50-65

Пръстен	Ръчно решение		решение с SAP2000		Разлика, %	
	N, kN	M, kN.m	N, kN	M, kN.m	ΔN	ΔM
1	-16,968	0,067	-178,460	0,091	951,74	35,82
2	-100,058	0,316	-105,960	0,445	5,90	40,82
3	-101,097	0,546	-103,070	0,907	1,95	66,12
4	-68,273	0,681	-86,370	1,398	26,51	105,29
5	38,096	0,729	-70,750	2,039	85,72	179,70

Таблица 3 - Резервоар T016, La Reunion, France

Обем $V = 14650 \text{ m}^3$ Диаметър $D = 36 \text{ m}$ Височина $H = 14,4 \text{ m}$

Радиални ребра - IPN200

Поле	Ръчно решение		решение с SAP2000		Разлика, %	
	N, kN	M, kN.m	N, kN	M, kN.m	ΔN	ΔM
1	-36,794	1,9583	-48,14	3,897	30,84	99,00
2	-65,583	3,8738	-64,02	8,13	2,44	109,87
3	-82,019	2,2639	-82,595	6,335	0,70	179,83
4	-96,989	1,6051	-103,76	4,585	6,98	185,65
5	-109,91	1,104	-122,063	4,869	11,06	341,03
6	-121,49	0,815	-135,68	6,411	11,68	686,63
7	-132,05	0,633	-142,45	6,668	7,88	953,40
8	-141,82	0,496	-142,215	5,865	0,28	1082,46

Пръстени - IPN100-120

Пръстен	Ръчно решение		решение с SAP2000		Разлика, %	
	N, kN	M, kN.m	N, kN	M, kN.m	ΔN	ΔM
1	-257,23	0,056	-126,69	0,296	103,04	428,57
2	-186,55	0,288	-157,16	0,363	18,70	26,04
3	-152,09	0,619	-171,34	0,528	12,66	17,23
4	-130,13	0,974	-144,61	0,694	11,13	40,35
5	-114,94	1,311	-107,78	0,831	6,64	57,76
6	-102,91	1,6793	-62,05	0,904	65,85	85,76
7	-93,3	1,9345	19,86	1	369,79	93,45

Таблица 4 - Резервоар T01, Gent, Belgium

Обем $V = 40000 \text{ m}^3$ Диаметър $D = 40,0 \text{ m}$ Височина $H = 32 \text{ m}$

Радиални ребра - IPE200

Поле	Ръчно решение		решение с SAP2000		Разлика, %	
	N, kN	M, kN.m	N, kN	M, kN.m	ΔN	ΔM
1	-38,096	3,23	-62,726	2,625	64,65	23,05
2	-70,31	4,036	-80,308	8,281	14,22	105,18
3	-91,756	2,252	-96,243	8,598	4,89	281,79
4	-109,039	1,625	-113,023	7,906	3,65	386,52
5	-123,969	1,237	-127,712	7,672	3,02	520,21
6	-137,271	0,89	-143,772	8,904	4,74	900,45
7	-149,397	0,685	-154,986	11,032	3,74	1510,51
8	-160,617	0,553	-161,214	11,566	0,37	1991,50

X МЕЖДУНАРОДНА НАУЧНА КОНФЕРЕНЦИЯ ВСУ' 2010
10th INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE VSU' 2010

9	-171,114	0,461	-161,965	11,059	5,65	2298,92
10	-180,977	0,378	-156,914	7,11	15,34	1780,95

Пръстени - UPN140

Пръстен	Ръчно решение		решение с SAP2000		Разлика, %	
	N, kN	M, kN.m	N, kN	M, kN.m	ΔN	ΔM
1	-373,32	0,029	-144,59	0,541	158,19	1765,52
2	-269,93	0,181	-157,14	0,278	71,78	53,59
3	-221,32	0,404	-151,58	0,299	46,01	35,12
4	-191,54	0,68	-139,7	0,359	37,11	89,42
5	-169,91	0,897	-147,19	0,421	15,44	113,06
6	-153,71	1,239	-111,93	0,566	37,33	118,90
7	-140,86	1,47	-68,52	0,694	105,58	111,82
8	-130,3	1,659	-18,49	0,79	604,71	109,95
9	-120,95	1,821	-59,18	0,859	104,38	111,98

6. Заключение

6.1 Осовите усилия в радиалните ребра нарастват от центъра на купола към неговата периферия (основа), както при аналитичното, така и при численото решение.

6.2 Максималните стойности на осовите усилия при аналитичното решение са по-големи в сравнение с определените числено. Разликите не надхвърлят 65%;

6.3 При аналитичното решение най-големите огъващи моменти в радиалните ребра се получават близо до центъра на купола. С отдалечаване към основата му, където пръстените са по-близко разположени, стойностите на огъващите моменти намаляват. При численото решение най-големите огъващи моменти в радиалните ребра се получават близо до периферията (основата) на купола.

6.4 По-големи стойности за огъващите моменти в радиалните ребра се получават при численото решение. Разликите в стойностите не рядко могат да надхвърлят 1600 %;

6.5 При аналитичното решение най-големите натискови осови усилия в пръстеновидните елементи се получават в 1-и пръстен, броено от центъра на купола. При товарна комбинация q_1 всички осови усилия в пръстените са натискови;

6.6 При численото решение най-големите натискови осови усилия в пръстеновидните елементи обикновено се получават в средата между центъра и основата на купола. Често при товарна комбинация q_1 осовите усилия в най-външния пръстен са опънни;

6.7 Разликите в стойностите на огъващите моменти в пръстеновидните елементи, определени по аналитични и числени методи, могат да надхвърлят 100%;

6.8 Сеченията на стоманената конструкция на купола, определени чрез описаната по-горе аналитична методика, са близко до реално необходимите. Често така определените сечения са в посока на сигурността, но не е препоръчително те да бъдат изчислявани само аналитично. Численото решение дава възможност да бъде оптимизирана стоманената конструкция и да бъдат „уловени“ различни несиметрични товари по куполите.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] ЛЕССИГ Е. Н. и др., Листовые металлические конструкции, Москва, 1970.
 [2] НАРЕДБА №3 за основните положения за проектиране на конструкциите на строежите и за въздействията върху тях, в сила от 16.04.2005 г